Maa Omwati Degree College

Hassanpur

NOTES

Subject:-Business statistics

B.Com Sem:-IV

Session: 2020-21

Prepared By:

Suman

Syllabus Covered as:-M.D.University, Rohtak

Index

PAGE NO.
DATE : / /

Unit-I

P.No.

- सूचकांक का अर्थ, उपयोग तथा सूचकांक के प्रकार
- श्रृंखला आधार सूचकांक तथा स्थिर आधार सूचकांक — 1 - 16
- उपभोक्ता मूल्य सूचकांक की रचना तथा उपयोग

Unit-II

- टाइम सीरिज का अर्थ एवं संघटक — 17 - 24
- मौसमी सूचकांक : चल माध्य अनुपात विधि तथा ट्रेंड अनुपात विधि

Unit-III

- प्रायिकता का अर्थ एवं आधारभूत धारणाएँ
- गुणन प्रमेय — 25 - 37
- बेयज प्रमेय
- योग प्रमेय

Unit-IV

- प्रायिकता वितरण : द्विपद वितरण
- पॉयसन वितरण का अर्थ एवं विशेषताएँ — 38 - 45

UNIT – I

सूचकांक – I

प्र॰1. सूचकांक से क्या अभिप्राय है? सूचकांको के उपयोग तथा सीमाएँ बताइए।

उ॰:– सूचकांक का अर्थ :–

आर्थिक एवं व्यावसायिक समंको में समय-समय पर परिवर्तन होते रहते हैं। सभी वस्तुओं की कीमतें सदैव एक जैसी नहीं रहती। यह संभव है कि कभी किसी वस्तु की कीमत बढ़ जाती है और कभी कम हो जाती है। इसी प्रकार किसी वस्तु का उत्पादन कभी घट जाता है और कभी बढ़ जाता है। इन परिवर्तनों का माप किसी सांख्यिकीय विधि द्वारा ही संभव हो सकता है। सूचकांक अथवा निर्देशांक एक ऐसी सांख्यिकीय विधि है जिसकी सहायता से इन परिवर्तनों का माप किया जा सकता है। अन्य शब्दों में सूचकांको से हमारा अभिप्राय उन अंको से है जिनकी सहायता से दो भिन्न-2 समयों पर सामान्य कीमत स्तर में होने वाले सापेक्षिक परिवर्तनों का अनुमान लगाया जा सकता है।

क्रॉक्सन व काउडन के अनुसार :– "सूचकांक संबंधित चर मूल्यों के परिमाण में होने वाले अंतर

का माप करने की विधियां है।"

सूचकांकों के उपयोग :-

1. जटिल तथ्यों को सरल बनाना :- सूचकांक द्वारा ऐसे जटिल परिवर्तनों का माप संभव हो जाता है जिनका प्रत्यक्ष रूप से माप संभव नहीं होता।

2. वेतन तथा महंगाई भत्ते आदि निश्चित करने में सहायक :- सूचकांको की सहायता से सरकार तथा अन्य मालिक अपने कर्मचारियों की मजदूरी तथा वेतन का निर्धारण उचित ढंग से कर सकते हैं। सूचकांको के आधार पर ही वे कर्मचारियों को दी जाने वाली महंगाई भत्ते की किस्त को निश्चित करते हैं।

3. पूर्वानुमान में सहायक :- सूचकांको से यह ज्ञात हो जाता है कि भूतकाल में क्या परिवर्तन हुए हैं। इन परिवर्तनों के आधार पर ही भविष्य के बारे में पूर्वानुमान लगाया जा सकता है। इसलिए सूचकांक बैरोमीटर के समान होते हैं।

4. तुलना में सहायक :- सूचकांको की सहायता से तथ्यों का तुलनात्मक अध्ययन किया जा सकता है। सूचकांको की सहायता से तथ्यों का तुलनात्मक अध्ययन किया जा सकता है। सूचकांको की सहायता से तथ्यों में होने वाले सापेक्ष परिवर्तनों को ज्ञात किया जाता है।

5. मुद्रा की क्रयशक्ति का माप :- सूचकांको की सहायता से मुद्रा की क्रयशक्ति में होने वाले परिवर्तनों को ज्ञात किया जा सकता है।

6. व्यावसायिक क्षेत्र में उपयोगिता :- सूचकांक व्यावसायिक परिस्थितियों में होने वाले परिवर्तनों को मापते हैं तथा उन परिवर्तनों का तुलनात्मक अध्ययन करने में काफी उपयोगी सिद्ध होते है, जैसे बिक्री, उत्पादन आदि।

सूचकांकों की सीमाएं :-

1. सूचकांक विभिन्न घटनाओं में होने वाले सापेक्ष परिवर्तन के अनुसार होते है। सदैव शत प्रतिशत सही नहीं होते।

2. एक प्रकार के सूचकांक, सभी उद्देश्यों

के लिए उपयुक्त नहीं होते है। बहुउद्देशीय सूचकांकों का निर्माण नहीं किया जा सकता।

3. सूचकांकों की रचना करते समय वस्तु की किस्म में होने वाले परिवर्तनों को ध्यान नहीं रखा जाता।

4. सूचकांकों में अत्यधिक शुद्धता की कमी पाई जाती है क्योंकि ये अधिकतर सैम्पल वस्तुओं के आधार पर बनाए जाते है।

प्र०2. सूचकांकों के प्रकार बताइए। सूचकांक की रचना में किन समस्याओं का सामना करना पड़ता है?

उ०- 1. कीमत सूचकांक :- इन सूचकांको के माध्यम से कीमतों में या कीमत स्तर में परिवर्तन को मापा जाता है। इन्हे दो उप-वर्गों में बांटा जाता है- (i) थोक मूल्य सूचकांक (ii) फुटकर मूल्य सूचकांक

(i) थोक मूल्य सूचकांक :- ये सूचकांक किसी देश के सामान्य कीमत स्तर में परिवर्तन का माप करते हैं।

(ii) फुटकर मूल्य सूचकांक :- ये सूचकांक

फुटकर बाजार में खरीदी व बेची जाने वाले वस्तुओं की फुटकर कीमतों में परिवर्तन का माप करते है।

2. मात्रा सूचकांक :- इस प्रकार के सूचकांक वस्तुओं की भौतिक मात्राओं में कमी या वृद्धि को मापने के लिए तैयार किए जाते है। जैसे कृषि उत्पादन सूचकांक, औद्योगिक उत्पादन सूचकांक आदि।

3. कुल मूल्य सूचकांक :- इन सूचकांको का उद्देश्य आधारवर्ष के कुल मूल्य (मात्रा व कीमत) की तुलना में चालू वर्ष के कुल मूल्य में परिवर्तन का अध्ययन किया जाता है, जैसे विक्रय राशि के सूचकांक

4. सरल तथा सकल सूचकांक :- वस्तुओं की संख्या के आधार पर सूचकांको को दो वर्गों में बांटा जाता है :-

(i) सरल सूचकांक :- यदि किसी एक वस्तु के मूल्य के आधार पर सूचकांक बनाया जाता है तो उसे सरल सूचकांक कहते है।

(ii) सकल सूचकांक :- यदि वस्तुओं के समूह के लिए

सूचकांक बनाए जाते है, तो उसे सकल सूचकांक (Aggregative Index) कहते है।

5. जीवन निर्वाह सूचकांक :- जीवन निर्वाह सूचकांक को उपभोक्ता मूल्य सूचकांक (Consumer Price Index) भी कहते है। ये सूचकांक किसी स्थान विशेष पर वर्ग विशेष के व्यक्तियों के निर्वाह व्यय में होने वाले परिवर्तनों की दशा और मात्रा को प्रकट करते है।

6. विशिष्ट उद्देश्यीय सूचकांक :- आर्थिक एवं व्यावसायिक क्षेत्र में किसी विशिष्ट उद्देश्य के लिए भी सूचकांक तैयार किए जाते है जैसे- राष्ट्रीय आय सूचकांक आदि।

सूचकांक रचना की समस्या :-

सूचकांक की रचना करते समय अनेकों समस्यायें सामने आती है जिसका विवरण निम्न है :-

1. सूचकांक का उद्देश्य :- सूचकांक की रचना विभिन्न उद्देश्यों के लिए की जाती है। सूचकांक की रचना करने से पहले उसका उद्देश्य निश्चित करना अति आवश्यक है। क्योंकि वस्तुओं का चुनाव, उनकी कीमतें तथा भारांकन आदि का निर्धारण सूचकांक के उद्देश्य पर ही निर्भर होता है।

2. वस्तुओं का चुनाव :- सूचकांको की रचना में दूसरी महत्वपूर्ण समस्या वस्तुओं के चुनाव की होती है। सूचकांक की रचना में सभी वस्तुओं को शामिल नही किया जा सकता। वस्तुओं का चुनाव करते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना चाहिए (i) ऐसी वस्तुओं का चुनाव करना चाहिए जो संबंधित वर्ग की रुचि आदत, रीति रिवाज और आवश्यकताओं का प्रतिनिधित्व करे (ii) चुनी हुई वस्तुएं प्रमाणित एवं श्रेणीबद्ध गुण वाली होनी चाहिए।

3. आधार वर्ष का चुनाव :- सूचकांको के निर्माण के लिए हमें एक आधार वर्ष का चुनाव करना पड़ता है। जिस वर्ष के संदर्भ में या जिस वर्ष की तुलना में परिवर्तनों को ज्ञात किया जाता है, उसे आधार वर्ष कहते है। आधार वर्ष का सूचकांक सदैव 100 माना जाता है। आधार

वर्ष का चुनाव करते समय निम्न बातों का ध्यान रखना चाहिए – (i) आधार वर्ष सामान्य वर्ष होना चाहिए। (ii) आधार वर्ष बहुत पुराना नहीं होना चाहिए (iii) जहाँ तक संभव हो आधार वर्ष चालू वर्ष के नजदीक होना चाहिए।

4. माध्य का चुनाव :- सूचकांकों की रचना में माध्य का चुनाव भी महत्वपूर्ण है। माध्य अनेक प्रकार के हो सकते हैं जैसे :- समान्तर माध्य, मध्यका, गुणोत्तर माध्य गुणोत्तर माध्य सूचकांक गणना के लिए सर्वश्रेष्ठ माना जाता है पर गणना की कठिनाई के कारण व्यवहार में अधिकतर समान्तर माध्य प्रयोग किया जाता है।

5. उपयुक्त सूत्र का चुनाव :- सूचकांक की रचना के लिए अनेकों सूत्रों का प्रयोग किया जा सकता है परन्तु सभी में से जो सर्वश्रेष्ठ हो उसका चुनाव किया जाना चाहिए। 'फिशर' के सूत्र को आदर्श सूत्र माना जाता है।

सूचकांक – II

प्र० – श्रृंखला आधार सूचकांक तथा स्थिर आधार सूचकांक से क्या अभिप्राय है? दोनों के सापेक्षिक गुण तथा अवगुण बताइए।

उ० – श्रृंखला आधार सूचकांक :- श्रृंखला आधार सूचकांक वह सूचकांक होता है जिसकी रचना उसके पिछले वर्षों को आधार मानकर की जाती है। उदाहरण के लिए, मान लो यदि हम 1990, 91, 92, 93 के लिए सूचकांक बनाने चाहें और हम 1991 के लिए 1990 को आधार वर्ष, 1992 के लिए 1991 को आधार वर्ष, 1993 के लिए 1992 को आधार वर्ष लेते हैं, तो इस प्रकार के सूचकांक को श्रृंखला आधार सूचकांक कहते हैं।

→ श्रृंखला आधार सूचकांक बनाने की प्रक्रिया :-

(i) सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ष के श्रृंखला मूल्यानुपात (Link Relatives) निम्न सूत्रानुसार निकाले जाते हैं :-

$$\text{Link Relatives} = \frac{\text{Current Year Price}}{\text{Previous Year Price}} \times 100$$

(ii) श्रृंखला मूल्यानुपातों को श्रृंखला

आधार सूचकांक में निम्न सूत्र की सहायता से बदला जाता है -

$$\text{Chain Base Index} = \frac{\text{Link Relatives of Current Year} \times \text{Chain Index of Previous Year}}{100}$$

स्थिर आधार सूचकांक (Fixed Base Index):-
स्थिर आधार सूचकांक में आधार वर्ष स्थिर होता है। स्थिर आधार सूचकांक वह सूचकांक होता है जिसकी रचना में किसी एक निश्चित वर्ष के मूल्य को आधार मान लिया जाता है।
उदाहरण के लिए मान लो यदि हम 1990, 1991, 1992, 1993 के लिए सूचकांक बनाना चाहें और हम सभी वर्षों के लिए 1990 को ही आधार वर्ष मान लेते हैं। इस प्रकार के सूचकांक को स्थिर आधार सूचकांक कहते हैं।

स्थिर आधार सूचकांक बनाने की प्रक्रिया

(i) सर्वप्रथम प्रत्येक वस्तु के प्रत्येक वर्ष के मूल्यानुपात (Price Relative) निम्न सूत्रानुसार निकाले जाते हैं:-

$$\text{Price Relatives} = \frac{\text{Current Year's Price}}{\text{Base Year's Price}} \times 100$$

(ii) यदि प्रश्न एक वस्तु से संबंधित है तो परिगणित मूल्यानुपात ही स्थिर आधार सूचकांक होंगे। परन्तु यदि यह बहु-वस्तुवी स्थिति है, तो प्रत्येक वर्ष के मूल्यानुपातों को जोड़कर तथा वस्तुओं की संख्या से भाग देकर मूल्यानुपातों के माध्य ज्ञात कर लिये जाते हैं। ये माध्य ही स्थिर आधार सूचकांक होंगे।

⇒ **शृंखला आधार सूचकांक तथा स्थिर आधार सूचकांक के सापेक्षिक गुण व अवगुण**

1. स्थिर आधार सूचकांकों में आधार वर्ष स्थिर (Fixed Base Year) रहता है आगे के सभी वर्षों की तुलना उसी स्थिर वर्ष के आधार पर की जाती है जबकि शृंखला आधार सूचकांक में आधार वर्ष प्रतिवर्ष बदलता रहता है और प्रत्येक वर्ष की तुलना उसके पिछले वर्ष के आधार पर की जाती है।

2. स्थिर आधार सूचकांक की रचना मूल्यानुपातों (Price Relatives) के आधार पर की जाती है जबकि शृंखला आधार सूचकांकों (Link Relatives) की रचना शृंखलानुपातों

के आधार पर की जाती है।

3. स्थिर आधार सूचकांकों की सहायता से दीर्घकालीन प्रवृत्ति का अध्ययन होता है। इसके विपरीत श्रृंखला आधार सूचकांक केवल अल्पकालीन प्रवृति के लिए अधिक उपयोगी होते हैं।

4. स्थिर आधार सूचकांक में शामिल वस्तुओं में परिवर्तन नहीं किये जा सकते जबकि श्रृंखला आधार सूचकांक में प्रतिवर्ष वस्तु या मद में परिवर्तन किये जा सकते हैं।

5. स्थिर आधार सूचकांक की गणना करना सरल है जबकि श्रृंखला आधार सूचकांक की गणना कठिन है।

प्र०:- उपभोक्ता मूल्य सूचकांक या जीवन निर्वाह सूचकांक से क्या अभिप्राय है? इसकी रचना किस प्रकार की जाती है?

उ०:- <u>अर्थ</u>:- उपभोक्ता मूल्य सूचकांक या जीवन निर्वाह सूचकांक किसी विशेष स्थान पर, किसी विशेष वर्ग के व्यक्तियों के एक निश्चित समय में निर्वाह-व्यय में होने वाले परिवर्तन की दिशा व मात्रा को प्रकट करते हैं। <u>इनका उद्देश्य यह जानना है कि</u>

<u>उपभोक्ता द्वारा किये गये निर्वाह-व्यय मे कितनी वृद्धि या कमी हुई है।</u> इसलिए इन्हें निर्वाह व्यय सूचकांक भी कहते हैं। मूल्यों के परिवर्तन का प्रभाव समाज के सभी वर्गों पर एक जैसा नही पड़ता, क्योंकि विभिन्न वर्ग व भिन्न वस्तुओं का उपभोग करते हैं और सब वस्तुओं के मूल्यों में परिवर्तन अलग-अलग होते हैं। इसलिए विभिन्न स्थानों पर विभिन्न वर्गों के लिये अलग-अलग जीवन निर्वाह सूचकांक निर्मित किये जाते हैं।

उपभोक्ता मूल्य सूचकांक वे सूचकांक हैं जो एक समयावधि में कीमत स्तर में होने वाले किसी परिवर्तन का उपभोक्ता के विभिन्न वर्गों के जीवन निर्वाह पर पड़ने वाले प्रभावों को मापते हैं।

<u>उपभोक्ता मूल्य सूचकांक के उपयोग</u> →

1. फुटकर कीमतों के प्रभाव का पता लगाना :- उपभोक्ता मूल्य सूचकांक का प्रयोग एक वर्ग विशेष के जीवन निर्वाह व्यय पर फुटकर मूल्यों में परिवर्तनों के प्रभाव

का पता लगाने के लिए किया जाता है।

2. नीति निर्माण में सहायक :- उपभोक्ता मूल्य सूचकांक की सहायता से सरकारें अपनी आर्थिक नीतियों का निर्धारण करती हैं जैसे मूल्य नियंत्रण, न्यूनतम वेतन, राशनिंग आदि नीतियों का निर्धारण।

3. मजदूरी अथवा वेतन का निर्धारण :- विभिन्न कर्मचारियों का महंगाई भत्ता व मजदूरी संशोधन आदि की राशि भी उपभोक्ता सूचकांक के आधार पर ही निश्चित की जाती है।

उपभोक्ता मूल्य सूचकांक की रचना :-

1. वर्ग का निर्धारण :- सर्वप्रथम यह निश्चित कर लेना चाहिए कि उपभोक्ता मूल्य सूचकांक किसी विशेष वर्ग के लिए बनाया जाएगा अर्थात क्या इसका संबंध औद्योगिक श्रमिकों, अध्यापकों, दफ्तरों के कर्मचारियों इत्यादि से है। इसके साथ सूचकांक का क्षेत्र भी स्पष्ट रूप से परिभाषित होना चाहिए।

2. पारिवारिक बजट अनुसंधान का आयोजन करना :- वर्ग विशेष का निर्धारण करने के पश्चात फिर उस वर्ग में से कुछ परिवार रैन्डम सैम्पलिंग के अनुसार छांट कर उसके बजट का अध्ययन करना चाहिए, जिससे उनकी आय-व्यय की मदें, वस्तुओं की मात्रा, आदि का पता चल जाए।

3. मूल्यों को प्राप्त करना :- वस्तुओं का चुनाव कर लेने के बाद उनके फुटकर मूल्य प्राप्त किए जाते हैं।

4. भार निर्धारित करना :- उपभोग की विभिन्न वस्तुओं का अलग-अलग सापेक्षिक महत्व व्यक्त करने के लिए उन्हें अलग-2 भार दिये जाते हैं। भार दो प्रकार से दिये जा सकते हैं। - (i) आधार वर्ष में उपभोग की गयी वस्तु की मात्रा (q_0) के अनुपात में या (ii) आधार वर्ष में प्रत्येक वस्तु पर किये जाने वाले व्यय के मूल्य (w or p_0q_0) के अनुपात में।

5. सूचकांक बनाने की विधियां :- इसके पश्चात उपभोक्ता मूल्य सूचकांक निम्नलिखित दो विधियों की सहायता से बनाए जाते है :-

① समूही व्यय विधि (Aggregative Expenditure Method)

$$\text{Consumer Price Index} = \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$$

② पारिवारिक बजट विधि (Family Budget Method)

$$\text{Consumer Price Index} = \frac{\Sigma PW}{\Sigma W}$$

UNIT - II

प्र० टाईम सीरिज़ का क्या अर्थ है? टाईम सीरिज के संघटकों का वर्णन कीजिए।

उ०:- **अर्थ** :- समय के किसी माप (जैसे वर्ष, माह, दिन आदि) के आधार पर एकत्रित आंकड़ों के समूह को टाईम सीरिज अथवा काल श्रेणी कहते हैं। दूसरे शब्दों में जब आंकड़े समय (दिन, महीने या वर्ष) के आधार पर दिए गए हों, तो उन्हें टाईम सीरिज कहते है।

कैनी एवं कीपिंग के अनुसार - "समय के अनुसार दिए गए आंकड़ों के समूह को टाईम सीरिज कहते हैं।"

→ टाईम सीरिज के कंपोनेंट अथवा संघटक

टाईम सीरिज पर अनेक प्रकार के परिवर्तनों का सामूहिक प्रभाव पड़ता है। इन विभिन्न परिवर्तनों को टाईम सीरिज के कंपोनेंट या संघटक कहते हैं। टाईम सीरिज के निम्न चार संघटक होते है :-

1. सैक्यूलर ट्रेंड (T)
2. सीजनल वेरियशन (S)
3. साईक्लिकल वेरियशन (C)
4. इररेगुलर वेरियशन (I)

1. **सैक्यूलर ट्रेंड (T)** :- दीर्घकाल में किसी सीरिज के बढ़ने या घटने की सामान्य प्रवृति को सैक्यूलर ट्रेंड कहते है। किसी भी टाईम सीरिज में समय समय पर विभिन्न उतार चढ़ाव होते रहते हैं पर दीर्घकाल में उस सीरिज में एक दिशा में बढ़ने या घटने की प्रवृति पाई जाती है। इसे सैक्यूलर ट्रेंड कहते हैं। सैक्यूलर ट्रेंड में अल्पकालीन परिवर्तन शामिल नहीं होते बल्कि दीर्घकाल में हुए परिवर्तन शामिल होते हैं। उदाहरण के लिए यदि हम औद्योगिक उत्पादन के आंकड़ों का 1951 से अध्ययन करें, तो यह स्पष्ट होगा कि एक दो वर्ष को छोड़कर औद्योगिक वस्तुओं के उत्पादन में सामान्य वृद्धि हुई है।

सैक्यूलर ट्रेंड दो प्रकार का होता है :-

① लीनियर ट्रेंड (Linear Trend)
② पैराबोलिक ट्रेंड (Parabolic Trend)

(i) **लीनियर ट्रेंड (Linear Trend)** :- जब टाईम सीरिज में दीर्घकालीन वृद्धि या कमी एक स्थिर मात्रा में होती है, तो उसे लीनियर ट्रेंड कहते हैं। इसे निम्न समीकरण द्वारा व्यक्त किया जाता है :-

$$Y = a + bX$$

(ii) **पैराबोलिक ट्रेंड (Parabolic Trend)**

जब टाईम सीरिज में दीर्घकालीन वृद्धि या कमी एक निश्चित दर पर नहीं होती, तो इसे पैराबोलिक ट्रेंड कहते है। इसे निम्न समीकरण द्वारा व्यक्त किया जाता है :-

$$Y = a + bX + CX^2$$

2. **सीजनल वेरियशन या मौसमी विचरण (S)**

टाईम सीरिज में एक ही वर्ष की समय अवधि में होने वाले उतार चढ़ाव को सीजनल वेरियशन कहते हैं। ये वेरियशन नियमित रूप से होते हैं तथा इनका पूर्वानुमान लगाना सरल है। खाद्यान्नों के मूल्य फसल कटने पर कम होते हैं और बोने के समय अधिक रहते हैं। सर्दी में गर्म कपड़ो की

कीमतें बढ़ जाती है और गर्मी में कम हो जाती है। भारत में दिवाली के अवसर पर बर्तनों की बिक्री बढ़ जाती है। सीजनल वेरिएशन अधिकतर एक वर्ष के विभिन्न महीनों व सप्ताहों में दिखाई पड़ते हैं।

3. साईक्लिकल वेरिएशन :- साईक्लिकल वेरिएशन जिन्हें चक्रीय उच्चावन भी कहते हैं, सीजनल वेरिएशन की भांति नियत कालिक होते हैं परन्तु इनकी अवधि एक वर्ष से अधिक होती है। इनकी अवधि सामान्यतया 2 से 10 वर्ष तक की होती है। साईक्लिकल वेरिएशन व्यापार चक्रों के कारण उत्पन्न होते हैं साईक्लिकल वेरिएशन की चार अवस्थाएं होती हैं :- (1) समृद्धि (2) रिसेशन (3) मन्दी (4) पुनुरुत्थान

4. इररेगुलर वेरिएशन :- टाईम सीरिज में ऐसे अल्पकालिक परिवर्तन जो आकस्मिक कारणों से अनियमित रूप में कभी-2 उत्पन्न होते हैं, इररेगुलर वेरिएशन या अनियमित परिवर्तन कहलाते हैं। इररेगुलर वेरिएशन आकस्मिक कारणों जैसे युद्ध भूकंप, बाढ़ इत्यादि से कभी-2 उत्पन्न होते हैं।

प्र०2. मौसमी सूचकांक का क्या अर्थ है? इसे मापने की चल माध्य अनुपात तथा ट्रैंड अनुपात विधि की व्याख्या करें।

उ०:- **अर्थ:-** मौसमी सूचकांक, मौसमी परिवर्तनों को दर्शाते है। मौसमी परिवर्तन एक ही वर्ष की समय अवधि में होने वाले उतार चढ़ाव को सीजनल वेरिएशन कहते हैं। उदाहरण के लिए सर्दी में गर्म कपड़ों की कीमते बढ़ जाती है और गर्मी में कम हो जाती हैं।

इसे मापने की चल माध्य अनुपात विधि तथा ट्रैंड अनुपात विधि की व्याख्या निम्न प्रकार से है :-

⟹ (चल माध्य अनुपात विधि)

मौसमी विचरणों को मापने की यह सर्वाधिक प्रचलित विधि है। इसके अंतर्गत निम्नलिखित क्रियाएं करनी पड़ती हैं:-

(1) सर्वप्रथम, चल माध्य विधि द्वारा ट्रैंड मूल्यों को ज्ञात किया जाता है। यदि दिए हुए आंकड़े त्रैमासिक हों, तो चार त्रैमासिक चल माध्य (4 Quarterly Moving Average) ज्ञात की जाती है।

और यदि दिए हुए आंकड़े मासिक हों, तो बारह मासिक चल माध्य (12-monthly Moving Average) ज्ञात की जाती है।

(2) इसके बाद गुणात्मक मॉडल का प्रयोग करके सभी अवधियों के प्रत्येक मूल आंकड़े (Original data – O) को संबंधी चल माध्य मूल्य (ट्रेंड मूल्य) से भाग देकर तथा भजनफल को 100 से गुणा करके चल माध्य अनुपात (Ratio to Moving Average) निकाली जाती है।

Formula :-

$$\text{Ratio to Moving Average} = \frac{O}{T} \times 100$$

O = Original Value
T = Moving Average

(3) तत्पश्चात विभिन्न अवधियों में संबंधित चल माध्यानुपातों को एक अलग सारणी में व्यवस्थित करके समांतर माध्य निकाले जाते हैं।

(4) सभी चल माध्यनुपातों के माध्य का जोड करके उसका सामान्य माध्य (General Average) निकाला जाता है।

(5) अंत में सामान्य माध्य को आधार मानते हुए निम्न सूत्र की सहायता से चल माध्यानुपातों के समांतर माध्य को मौसमी सूचकांकों (Seasonal Indices) में बदल दिया जाता है :-

$$\text{Seasonal Indices} = \frac{\text{Quarterly Average}}{\text{General Average}} \times 100$$

⟹ **(ट्रेंड अनुपात विधि)**

मौसमी विचरणों को मापने की इस विधि में निम्नलिखित क्रियाएं करनी पड़ती हैं :-

(1) सर्वप्रथम, न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा (Least Square Method) ऋतुकालिक अवधि (मास या त्रैमास) के ट्रेंड मूल्य ज्ञात किये जाते हैं।

(2) गुणात्मक मॉडल का प्रयोग करके सभी अवधियों के प्रत्येक मूल

आंकड़े (O) को उससे संबंधित ट्रेंड (T) मूल्य से भाग देकर भजनफल को 100 से गुणा करके ट्रेंड अनुपात निकाली जाती है।

Formula:-

Ratio to Trend = $\frac{O}{T} \times 100$

(3) प्रत्येक त्रैमासिक अथवा मासिक अवधि के सभी वर्षों के ट्रेंड मूल्य अनुपातों का समांतर माध्य ज्ञात किया जाता है।

(4) सभी त्रैमासों या महीनों के माध्यों को जोड़कर उनका सामान्य माध्य (General Average) निकाला जाता है। इसके बाद निम्न सूत्र का प्रयोग करके मौसमी सूचकांक ज्ञात किए जाते हैं:-

$$\text{Seasonal Index} = \frac{\text{Quarterly Av.}}{\text{General Av.}} \times 100$$

(UNIT - III)

Ch- Probability (प्रायिकता)

प्रायिकता का अर्थ:- कुछ शब्द जैसे संभावना, संयोग, शायद, संभावी इत्यादि का प्रयोग हम दिन-प्रतिदिन में करते रहते हैं। ये सभी शब्द इस बात की ओर संकेत करते हैं कि घटना का घटित होना अनिश्चित है। जैसे- यह कहना कि शायद आज वर्षा हो, उसके आज यहां आने की संभावना है। इन दोनों वाक्यों से यह संकेत मिलता है कि घटना का घटित होना पूर्ण रूप से निश्चित नहीं है।

प्रायिकता में ऐसी घटनाओं का अध्ययन किया जाता है जो अनिश्चित है अर्थात जो हो भी सकती है और नहीं भी। यदि अनिश्चित घटनाओं की अनिश्चितता को अंकों में व्यक्त किया जाए, तो अंकों में व्यक्त किए हुए मूल्य को प्रायिकता (Probability) कहते हैं।

⟹ प्रायिकता की कुछ आधारभूत धारणायें :-

① **परीक्षण** :- जब किसी सांख्यिकी की जानकारी प्राप्त करने के लिए हम कोई प्रयोग (Trial) करते है, तो उसे परीक्षण (Experiment) कहते है। उदाहरण के लिए, एक सिक्के को उछालना या एक पासा फैंकना। सिक्के की दशा में चित्त या पट्ट आ सकता है। पासे की दशा में 1, 2, 3, 4, 5, 6 में से कोई भी नंबर आ सकता है।

② **घटना** :- किसी परीक्षण के परिणामों को घटनाएं कहते है। उदाहरण के लिए, एक सिक्के को उछालने पर चित्त या पट्ट का आना दो घटनाएं कहलाती है।

③ **सम्पूर्ण घटनाएं** :- यदि किसी प्रयोग के सभी संभव परिणामों को सूची-बद्ध किया जाए तो उसे संपूर्ण घटनाएं कहा जायेगा उदाहरण के लिए यदि दो पासे एक साथ फैंके जाए, तो संपूर्ण घटनाओ में कुल 36 (6×6) घटनाएं शामिल होंगी।

④ **समान रुप से घटित घटनाएं** :- जब किसी घटना के घटने की संभावना अन्य घटनाओ के घटने की संभावना के बराबर हो तो उन्हे समान रुप से घटित घटनाएं कहते है।
उदाहरण के लिए यदि एक पक्षपात रहित सिक्का उछाला जाये तो चित्त अथवा पट्ट आने की संभावना बराबर होगी।

⑤ **परस्पर अपवर्जी घटना** :- दो घटनाओं को परस्पर अपवर्जी घटनाएं कहते है जब दोनो घटनाएं एक साथ नही घट सकती। इनमे से एक घटना का घटित होना दूसरी घटना के होने की संभावना को शुन्य कर देता है। उदाहरण के लिए यदि एक पक्षपात रहित सिक्के को उछाला जाए तो या तो चित्त आएगा या फिर पट्ट। चित्त और पट्ट दोनो एक साथ नही आ सकते। अतः यहा पर चित्त तथा पट्ट परस्पर अपवर्जी घटनाएं है।

⑥ **संयुक्त घटना** :- दो या दो से अधिक घटनाओं के एक साथ घटित होने की संभावना को संयुक्त घटना कहा जाता है। उदाहरण के लिए यदि एक सिक्के को तीन

बार उछाला जाता है तो तीनों बार Head आने की प्राथिकता।

प्र०:- उचित उदाहरणों सहित प्रायिकता के गुणन प्रमेय की व्याख्या कीजिए एवं सिद्ध कीजिए।

उ०:- गुणात्मक या गुणन प्रमेय का अध्ययन दो प्रकार से किया जा सकता है :-

① जब घटनाएं स्वतंत्र हो :- यदि दो घटनाएं A और B स्वतंत्र होती अर्थात् एक के घटित होने का दूसरे पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता तो दोनों घटनाओं के होने की प्रायिकता उनकी व्यक्तिगत संभावनाओं का गुणनफल होता है। इसे निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त किया गया है :-

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)$$

इस प्रकार, $P(A, B \text{ and } C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$

इसे निम्न उदाहरण द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है:

In two tosses of a coin, what is the Probability of tail in both?

Probability of tail in the 1st toss

$P(A) = \frac{1}{2}$

Probability of tail in the 2nd toss

$P(B) = \frac{1}{2}$

Probability of tail in both tosses:

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

① कम से कम एक घटना की प्रायिकता

यदि अनेक स्वतंत्र घटनाओं में से किसी एक घटना के होने की प्रायिकता ज्ञात करनी हो तो सभी घटनाओं की संयुक्त प्रायिकता निकालकर उसे 1 में से घटा देना चाहिए। इसे निम्न प्रकार व्यक्त किया जा सकता है :-

P(Happening of at least one of all events) = 1 − P(Happening of none of all events)

इसे निम्न उदाहरण द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :-

→ तीन विद्यार्थियों A, B तथा C को अर्थशास्त्र की समस्या हल करने को दी गई जिसे हल करने की प्रायिकता $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ है। समस्या के हल हो जाने की प्रायिकता क्या होगी ?

A द्वारा समस्या को हल न कर पाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

B द्वारा समस्या को हल न कर पाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

C द्वारा समस्या को हल न कर पाने की प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

क्योंकि घटनाएं स्वतंत्र है इसीलिए सभी विद्यार्थियों द्वारा समस्या को हल न कर पाने की प्रायिकता

$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$

$= \frac{1}{2}$

अतः समस्या के हल हो सकने की संभावना $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

② जब घटनाएं आश्रित हों :- जब दो घटनाएं आश्रित हों और उनका एक-दूसरे पर प्रभाव पड़ता हो तो गुणा प्रमेय में संशोधन करना पड़ता है जो इस प्रकार है :-

$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A)$

or

$P(BA) = P(B) \cdot P(A/B)$

प्र. - प्रायिकता के बेयज प्रमेय की व्याख्या करें एवं इसे सिद्ध कीजिए।

उ. :- बेयज प्रमेय विपरीत अथवा प्रतिलोम प्रायिकता से संबंधित समस्या है। इसकी व्याख्या इस प्रकार की जा सकती है कि यदि एक थैले में 5 लाल व 6 काली गेंदे हैं और दूसरे थैले में 8 लाल व 4 काली गेंदे हैं। सभी गेंदों में से एक गेंद बाहर निकाली गई जो लाल रंग की है। वह लाल गेंद

प्रथम थैले से निकाली गई है इसकी प्रायिकता निकालना ही बेयज प्रमेय है।

बेयज प्रमेय इस मान्यता पर आधारित होती है कि कोई भी एक विशेष घटना अनेक कारणों में से किसी एक निश्चित कारण का परिणाम अथवा प्रभाव है। उस निश्चित प्रभाव की प्रायिकता जानना ही विपरीत प्रायिकता अथवा बेयज प्रमेय है। प्रायिकता में किसी घटना से पहले उसके घटित होने का अनुमान लगाया जा सकता है। परंतु प्रतिलोम प्रायिकता में घटना के घटित होने के बाद उसके कारणों का पता लगाया जाता है।

बेयज़ प्रमेय का नाम अंग्रेजी गणितज्ञ थोमस बेयज़ के नाम पर रखा गया। उन्होंने शर्तयुक्त संभावनाओं का पता लगाने के लिए इसका प्रतिपादन किया जिसमें किसी घटना के घटने के बाद किसी अन्य घटना के घटने की संभावना निकाली जाती है। इस कथन को हम एक उदाहरण की सहायता से समझ सकते हैं:

मान लीजिए A_1, A_2 और A_3 परस्पर अपवर्जी और सम्पूर्ण घटनाएं हैं और B एक ऐसी घटना है जो A_1, A_2 और A_3 तीनों से घटित हो सकती है। अतः B घटना के A_1, A_2 और A_3 से घटने की प्रायिकता निम्न हो सकती है:-

$$P(A_1/B) = \frac{P(A_1) \cdot P(B/A_1)}{P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3)}$$

उसी प्रकार:-

$$P(A_2/B) = \frac{P(A_2) \cdot P(B/A_2)}{P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3)}$$

उसी प्रकार:-

$$P(A_3/B) = \frac{P(A_3) \cdot P(B/A_3)}{P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3)}$$

संक्षेप में:-

$$P(A_n/B) = \frac{\text{Joint Probability of the Required Events}}{\text{Sum of joint Probabilities of all Events}}$$

प्र०:- प्रायिकता के योग प्रमेय की व्याख्या कीजिए एवं सिद्ध कीजिए।

उ०:- योगात्मक प्रमेय या सिद्धान्त का अध्ययन दो प्रकार से किया जाता है जो इस प्रकार है :-

(1) जब घटनाएं परस्पर <u>अपवर्जी</u> हों :-

यदि दो घटनाएं A और B परस्पर अपवर्जी हो तो किसी घटना के घटने की प्रायिकता A और B घटनाओं के जोड़ के बराबर होती है अर्थात्

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

इसे निम्न उदाहरणों द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :-

(i) An unbiased die is thrown, what is the Probability of throwing 3 or 5.

The Probability of throwing 3 is:

$P(A) = \frac{1}{6}$

The Probability of throwing 5 is $P(B) = \frac{1}{6}$

The Probability of throwing 3 or 5 is :-

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{1}{3}$

(ii) One card is drawn from a standard pack of 52 cards. what is the Probability that it is either a king or a Queen?

$P(K) = 4/52$

$P(Q) = 4/52$

Since the events are mutually exclusive. The Probability that the drawn card is either a king or a Queen

$P(K \text{ or } Q) = P(K) + P(Q)$

$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52}$

$= \frac{2}{13}$

(b) जब घटनाएं परस्पर अपवर्जी न हों :

जब दो घटनाएं A और B परस्पर अपवर्जी न हो तो उपरोक्त सिद्धान्त का प्रयोग कुछ संशोधनों के बाद ही किया जा सकता है जो इस प्रकार है :

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

यहां, $P(A \text{ or } B)$ = A या B घटना के घटने की संभावना, जब A और B परस्पर अपवर्जी न हों।

$P(A)$ = A घटना के घटने की प्रायिकता

$P(B)$ = B घटना के घटने की प्रायिकता

$P(AB)$ = A और B दोनों घटनाओं के एक साथ घटने की प्रायिकता

इसे निम्न उदाहरण द्वारा आसानी से व्यक्त किया जा सकता है :-

From a standard pack of 52 cards, one card is drawn at random. Find the probability that it is either a red or a king.

The Probability of drawing a red $P(A) = 26/52$

The Probability drawing a king $P(B) = 4/52$

Because 26 red cards also include two cards of king. Therefore, the Probability of Common card is $= 2/52$

$\therefore P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$= \frac{26}{52} + \frac{4}{52} - \frac{2}{52}$

$= \frac{30}{52} - \frac{2}{52}$

$= \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$ Ans.

UNIT - IV

प्र०: द्विपद वितरण (Binomial distribution) क्या है? इसकी मुख्य विशेषताओं का वर्णन करें।

उ०:- द्विपद वितरण का प्रतिपादन स्विस गणितज्ञ जेम्स बर्नोली द्वारा किया गया तथा इसका प्रकाशन इनकी मृत्यु के आठ वर्षों बाद 1713 ई. में किया गया। यह एक खण्डित आवृत्ति वितरण है जो किसी घटना के दो विकल्प प्रस्तुत करता है —

(i) सफलता (Success)

(ii) असफलता (Failure)

उदाहरण के लिए किसी सिक्के को उछालने पर केवल दो प्रायिकताएं हो सकती हैं अर्थात Head तथा Tail. इसमें किसी घटना के घटने की सफलता को p तथा घटना की असफलता को q द्वारा दिखाया जाता है।

परिभाषा:- "द्विपद वितरण एक खण्डित आवृत्ति वितरण है जो द्वन्द्वात्मक विकल्पों अर्थात सफलता व असफलता के एक समूह की संभावना को व्यक्त करता है।

द्विपद वितरण को (Binomial distribution) निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है:-

$$P(r) = {}^{n}C_{r}\, q^{n-r} \cdot p^{r}$$

p = Probability of success

q = Probability of failure i.e. $(1-p)$

n = number of trials

r = number of successes in n trials

⟹ द्विपद वितरण की विशेषताएं:-

(1) सैद्धान्तिक आवृत्ति वितरण:- यह प्रयोगों पर आधारित वास्तविक या अवलोकित वितरण न होकर एक सैद्धान्तिक आवृत्ति वितरण है।

② मापक :- द्विपद बितरण ज्ञात करने के दो मुख्य मापक (Parameters) होते है :- n और p

③ प्रत्याशित आवृत्तियां :- द्विपद बितरण से प्रत्याशित आवृत्तियां ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :-

$N(p+q)^n$ or $N(q+p)^n$

④ रेखाचित्रों का प्रयोग :- द्विपद बितरण को रेखाचित्रों की सहायता से भी प्रस्तुत किया जा सकता है। इसमे X - axis पर सफलता तथा Y - axis पर असफलता की प्राथिकता को व्यक्त किया जाता है।

⑤ खण्डित बितरण :- यह एक खण्डित प्राथिकता बितरण होता है जिसमें किसी घटना के घटने की सफलता की संख्या को 0, 1, 2, 3 ...... n पूर्णांकों के रूप मे व्यक्त किया जाता है।

⑥ आकार :- द्विपद बितरण का आकार पूर्णरूप से p तथा q के मूल्यों पर आधारित होता है

जैसे यदि p तथा q दोनों के घटित होने की समान अर्थात 1/2 संभावना है तो यह सममितीय होगा। इसके विपरीत, यदि p तथा q के घटने की संभावना असमान होती है तो असममितीय बितरण होगा।

⑦ माद्य, प्रमाप विचलन तथा विचरण :- माद्य, प्रमाप विचलन तथा विचरण की सहायता से द्विपद बितरण ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्रों का प्रयोग किया जाता है :-

Mean $(\overline{X}) = np$

Standard deviation $(\sigma) = \sqrt{npq}$

Variance $(\sigma^2) = npq$

⑧ प्रायिकता :- $1 - p = q$

$1 - q = p$

⑨ प्रयोग :- जहां पर कार्य को सफलता तथा असफलता के आधार पर मापा जाता है वहां द्विपद बितरण (Binomial distribution) का प्रयोग किया जाता है।

प्र०- 'पॉयसन वितरण' (Poisson distribution) क्या है? पॉयसन वितरण की विशेषताओं की व्याख्या कीजिए।

उ०:- यह एक खण्डित प्रायिकता वितरण है जो वर्तमान समय में काफी प्रचलित है। इस वितरण का प्रतिपादन सर्वप्रथम फ्रांस के गणितज्ञ साइमन डेनिस पॉयसन द्वारा सन् 1837 में किया गया था। यद्यपि द्विपद वितरण में न्यादर्शों अर्थात् Samples की संख्या 'n' निश्चित होने के कारण घटना के घटित होने का आसानी से अवलोकन किया जा सकता है लेकिन जब प्रयोगों की संख्या 'n' बहुत अधिक हो तो प्रत्येक घटना का अवलोकन कर पाना संभव नहीं। ऐसी स्थिति में पॉयसन वितरण (Poisson distribution) का प्रयोग किया जाता है। क्योंकि ऐसी परिस्थिति में किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता बहुत कम होती है। उदाहरण के लिए सड़क पर होने वाली दुर्घटनाओं की संभावना, किसी बीमारी से मरने वालों की संख्या आदि।

इस प्रकार पॉयसन वितरण से यह तो पता लगाया जा सकता है कि किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता क्या है? पर घटना के घटित न होने की प्रायिकता का पता नहीं लगाया जा सकता। द्विपद वितरण में समांतर माध्य ($\bar{X}$) को np द्वारा ज्ञात किया जाता है जबकि पॉयसन वितरण के समांतर माध्य को m द्वारा व्यक्त किया जाता है। पॉयसन वितरण का सूत्र :-

$$P(x) = e^{-m} \cdot \frac{m^x}{x}$$

$$e = 2.7183$$

m = Parameter of the distribution
p(x) = Probability of Success

⟹ पॉयसन वितरण की विशेषताएं

① स्वरूप :- पॉयसन वितरण का स्वरूप धनात्मक विषमता वाला होता है लेकिन समांतर माध्य ($\bar{X}$) या m के मूल्य में होने

वाली वृद्धि के साथ-साथ इसकी विषमता भी कम होती रहती है।

(2) मापक (Parameters) :- पॉयसन वितरण का सबसे प्रमुख एवं महत्वपूर्ण मापक 'm' होता है जिसका मूल्य n और p के गुणनफल के समान होता है अर्थात् $m = np$

(3) खंडित प्रायिकता वितरण :- यह एक खंडित प्रायिकता वितरण है। इसमें किसी घटना के घटने की सफलता की संख्या को पूर्णांकों के रूप में व्यक्त किया जाता है।

(4) मान्यता :- यह वितरण इस आधारभूत मान्यता पर आधारित होता है कि किसी घटना के घटने की संभावना स्थिर होनी चाहिए।

(5) p तथा q का मूल्य :- पॉयसन वितरण का प्रयोग उन स्थितियों में अधिक किया जाता है जहाँ किसी घटना

के घटने की सफलता (p) की संभावना अधिक होती है तथा घटना के घटने की असफलता की संभावना अधिक होती है।

(6) अचर मूल्य :- पॉयसन वितरण के अचर मूल्य :-

$\bar{X}$ or $m = np$

$\sigma = \sqrt{m} = \sqrt{np}$

$\mu_1 = 0$

$\mu_2 = m$

$\mu_3 = m$

$\mu_4 = m(3m+1)$

(7) प्रायिकता : $1 - p = q$

$1 - q = p$

पॉयसन वितरण की विभिन्न सफलताओं को जानने की तालिका :-

No. of Success (r)	Probabilities (P) of Success
0	e^{-m}
1	$\frac{e^{-m} \cdot m^1}{1!}$
2	$\frac{e^{-m} \cdot m^2}{2!}$
3	$\frac{e^{-m} \cdot m^3}{3!}$
⋮	
r	$\frac{e^{-m} \cdot m^r}{r!}$